

Roll No. ....

**R**  
**623**

Annual Examination, 2016

**B. Sc. I**

**MATHEMATICS**

**Paper II**

[ Calculus ]

TIME — 3 Hours )

( M. M. — 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

NOTE : All questions are compulsory.

खण्ड 'अ'

(5 × 2 = 10)

Section 'A'

1. सूत्र लिखिए—

$$D^n [e^{ax} \cdot \sin (bx + c)].$$

Write the formula :

$$D^n [e^{ax} \cdot \sin (bx + c)].$$

P. T. O.

(2)

2. वक्र  $y = x^3$  के त्रि-परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

Find the point of inflexion of curve  $y = x^3$ .

3. सूत्र लिखिए—

$$\int \tan^n x \, dx \text{ तथा } \int \sec^n x \, dx.$$

Write the formula :

$$\int \tan^n x \, dx \text{ and } \int \sec^n x \, dx.$$

4. समाकलन गुणक ज्ञात करने के नियम लिखिए।

Write the rules for finding Integrating factor.

5. प्राचाल विचरण विधि की क्रिया-विधि लिखिए।

Write the working rule of method of variation of parameters.

खण्ड 'ब'

(5 × 3 = 15)

Section 'B'

$$1. f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2} \cdot \sin(1/x) ; x \neq 0 \\ 0 ; x = 0 \end{cases}$$

अवकलनीयता का परीक्षण कीजिए।

R  
623

(3)

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2} \cdot \sin(1/x) ; x \neq 0 \\ 0 ; x = 0 \end{cases}$$

test for differentiability.

अथवा  
Or

टेलर प्रमेय से  $\tan^{-1} x$  का  $\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  की घातों में प्रसार कीजिए।

Expand by Taylor's theorem  $\tan^{-1} x$  in power of  $\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ .

2.  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  वक्र के बिन्दु  $(r, \theta)$  पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

Find the curvature of curve  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  at point  $(r, \theta)$ .

अथवा  
Or

वक्र  $ay^2 = x^2(a - x)$  का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve  $ay^2 = x^2(a - x)$ .

R  
623

P. T. O.

(4)

3.  $\int \cos x \cdot \cos 2x \cos 3x \, dx = ?$

अथवा  
Or

सिद्ध कीजिए कि वक्र  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$  की सम्पूर्ण लम्बाई  $6a$  है।

Prove that complete length of curve  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$  is  $6a$ .

4. हल कीजिए—

$$x \frac{dy}{dx} + y = y^2, \log x$$

Solve :

$$x \frac{dy}{dx} + y = y^2, \log x$$

अथवा  
Or

हल कीजिए—

$$y = 2px + y^2 p^3,$$

Solve :

$$y = 2px + y^2 p^3.$$

R  
623

(5)

5. हल कीजिए—

$$\frac{dx}{dt} + 5x - 2y = e^t,$$

$$\frac{dy}{dt} - x + 6y = e^{2t},$$

Solve :

$$\frac{dx}{dt} + 5x - 2y = e^t,$$

$$\frac{dy}{dt} - x + 6y = e^{2t}.$$

अथवा  
Or

हल कीजिए—

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2(x^2 + x) \frac{dy}{dx} + (x^2 + 2x + 2) y = 0.$$

Solve :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2(x^2 + x) \frac{dy}{dx} + (x^2 + 2x + 2) y = 0,$$

R  
623

P. T. O.

(6)

खण्ड 'स'

(5 × 5 = 25)

Section 'C'

1. लिबनिज का प्रमेय लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove Leibnitz's theorem.

अथवा  
Or

सिद्ध कीजिए—

$$\log \sec x = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{45} + \dots$$

Prove that :

$$\log \sec x = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{45} + \dots$$

2. निम्नलिखित वक्र को अनंतस्पर्शी ज्ञात कीजिए—

$$x^3 - 2x^2y + xy^2 + x^2 - xy + 2 = 0.$$

Find the asymptotes of the following curve :

$$x^3 - 2x^2y + xy^2 + x^2 - xy + 2 = 0.$$

(7)

अथवा  
Or

वक्र  $y^2(a+x) = x^2(a-x)$  का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve  $y^2(a+x) = x^2(a-x)$ .

3. दर्शाइये कि—

$$\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{5+3\cos\theta} = \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right).$$

Show that :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{5+3\cos\theta} = \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right).$$

अथवा  
Or

वक्र  $y^2(2a-x) = x^3$  का वक्र इसके अनंतस्पर्शी के मध्य का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area between curve  $y^2(2a-x) = x^3$  and its asymptotes.

(8)

4. वक्र कुल  $r^n \sin n\theta = a^n$  का लंबकोणीय संछेदी ज्ञात कीजिए, जहाँ  $a$  कुल का प्राचल है।

Find orthogonal trajectory of family of curve  $r^n \sin n\theta = a^n$ , where  $a$  is parameter.

अथवा  
Or

हल कीजिए—

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4 \frac{dy}{dx} + 4y = 8x^2 \cdot e^{2x} \cdot \sin 2x.$$

Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4 \frac{dy}{dx} + 4y = 8x^2 \cdot e^{2x} \cdot \sin 2x.$$

5. प्राचल विचरण से हल कीजिए—

$$(D^2 + 1)y = \operatorname{cosec} x.$$

Solve by method of variation of parameters :

$$(D^2 + 1)y = \operatorname{cosec} x.$$

€

R  
623

(9)

अथवा  
Or

हल कीजिए—

$$2 \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dz}{dx} - 4y = 2x,$$

$$2 \frac{dy}{dx} + 4 \frac{dz}{dx} - 3z = 0.$$

Solve :

$$2 \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dz}{dx} - 4y = 2x,$$

$$2 \frac{dy}{dx} + 4 \frac{dz}{dx} - 3z = 0.$$

× × × × × × b × × × × × ×

R  
623

9  
350