

Roll No. ....

**R**  
**624**

Annual Examination, 2016

**B. Sc. I**

**MATHEMATICS**

**Paper III**

[ Vector Analysis and Geometry ]

TIME — 3 Hours )

( M. M. — 50

**नोट :** खण्ड "अ" के सभी प्रश्नों के उत्तर लिखो।

खण्ड "ब" के प्रत्येक प्रश्न का कोई एक भाग हल करो।

खण्ड "स" के प्रत्येक प्रश्न का कोई एक भाग हल करो।

**NOTE :** Attempt all questions from section "A".

Attempt any one part of each question from section "B".

Attempt any one part of each section from section "C".

**खण्ड 'अ'** (5 × 2 = 10)

**Section 'A'**

अति लघु उत्तरीय प्रश्न— एक/दो पंक्ति।

Very Short Answer Type Questions— One/Two line.

P.T.O.

(2)

1. आघूर्ण सदिश की परिभाषा लिखो।

Write definition of irrotational vector.

2. स्टोक्स प्रमेय को लिखो।

Write Stokes theorem.

3. शंकव का ध्रुवीय समीकरण लिखो।

Write polar equation of conic.

4. सममित रूप में सरल रेखा का समीकरण लिखो।

Write equation of straight line in symmetric form.

5. नियामक गोला की परिभाषा लिखो।

Write definition of director sphere.

खण्ड 'ब'

(5 × 3 = 15)

Section 'B'

लघु उत्तरीय प्रश्न—75 से 100 शब्द।

Short Answer Type Questions—75-100 word.

1. यदि  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ , तो सिद्ध करो कि

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} + \vec{a}.$$

R

624

(3)

If  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ , then prove that

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} + \vec{a}.$$

अथवा  
Or

निम्नलिखित सदिशों के व्युत्क्रम पद्धति के सदिश ज्ञात करो।

$$2i + 3j - k, i - j - 2k, -i + 2j + 2k.$$

Find reciprocal system of vectors of the following vector :

$$2i + 3j - k, i - j - 2k, -i + 2j + 2k.$$

2. यदि  $\hat{r}$ , सदिश  $\vec{r}$  की दिशा में इकाई सदिश हो, तो सिद्ध करो कि—

$$\hat{r} \times d\hat{r} = \frac{\vec{r} \times d\vec{r}}{r^2}.$$

If  $\hat{r}$  is a unit vector in the direction of vector  $\vec{r}$ , then prove that :

$$\hat{r} \times d\hat{r} = \frac{\vec{r} \times d\vec{r}}{r^2}.$$

R  
624

P.T.O.

(4)

अथवा  
Or

सिद्ध करो कि—

$$\nabla^2 \left( \frac{1}{r} \right) = 0.$$

Prove that :

$$\nabla^2 \left( \frac{1}{r} \right) = 0.$$

3. यदि शांकव का समीकरण  $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  है, तो सिद्ध करो कि मूल बिन्दु शांकव का केन्द्र होगा यदि  $f = 0$  तथा  $g = 0$ ।

If equation of conic is  $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ , then prove that centre of conic will be origin if  $f = 0$  and  $g = 0$ .

अथवा  
Or

दो वृत्तों की उभयनिष्ठ जीवा का समीकरण ज्ञात करो।

Find the equation of common chord of two circles.

(5)

4. दो सरल रेखाओं के समतलीय होने का प्रतिबन्ध ज्ञात करो।

Find condition of coplanarity of two straight lines.

अथवा  
Or

सिद्ध करो कि दो गोलों का प्रतिच्छेदन एक वृत्त होता है।

Prove that intersection of two spheres is a circle.

5. बिन्दु  $(1, -1, 2)$  पर शांकव  $5x^2 - 4y^2 + 6z^2 = 25$  के स्पर्शतल का समीकरण ज्ञात करो।

Find equation of tangent plane of conicoid  $5x^2 - 4y^2 + 6z^2 = 25$  at point  $(1, -1, 2)$ .

अथवा  
Or

अतिपरवलय  $yz + 2zx + 2xy + 6 = 0$  के बिन्दु  $(-1, 0, 3)$  से जाने वाले जनकों के समीकरण ज्ञात करो।

Find equation of generators of hyperboloid  $yz + 2zx + 2xy + 6 = 0$  at point  $(-1, 0, 3)$ .

(6)

खण्ड 'स'

(5 × 5 = 25)

Section 'C'

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न—150 से 200 शब्द।

Long Answer Type Questions—150-200 word.

1. यदि  $\vec{r} = xi + yj + zk$  तो दर्शाओ कि

$$\text{grad} \left( \frac{1}{r} \right) = -\frac{\hat{r}}{r^2}.$$

If  $\vec{r} = xi + yj + zk$ , then show that

$$\text{grad} \left( \frac{1}{r} \right) = -\frac{\hat{r}}{r^2}.$$

अथवा  
Or

दर्शाओ कि  $\text{curl} \left\{ \frac{\vec{a} \times \vec{r}}{r^3} \right\} = \frac{-\vec{a}}{r^3} + 3 \frac{(\vec{a} \cdot \vec{r})}{r^5} \vec{r}$  जहाँ  $\vec{a}$  अचर सदिश है।

$$\text{Show that } \text{curl} \left\{ \frac{\vec{a} \times \vec{r}}{r^3} \right\} = \frac{-\vec{a}}{r^3} + 3 \frac{(\vec{a} \cdot \vec{r})}{r^5} \vec{r}$$

where  $\vec{a}$  is a constant vector.

4  
6:

R  
624

(7)

2. स्टोक्स प्रमेय से  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$  का मूल्यांकन करो जहाँ  $\vec{F} = y^2i + x^2j - (x+z)k$  तथा  $c$  ऐसे त्रिभुज की परिसीमा है जिसके शीर्ष  $(0, 0, 0)$ ,  $(1, 0, 0)$  तथा  $(1, 1, 0)$  हैं।

Evaluate  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$  by Stokes' theorem where  $\vec{F} = y^2i + x^2j - (x+z)k$  and  $c$  is a boundary of a triangle whose vertices are  $(0, 0, 0)$ ,  $(1, 0, 0)$  and  $(1, 1, 0)$ .

अथवा  
Or

$\int_C [(xy + y^2) dx + x^2 dy]$  के लिए समतल में ग्रीन प्रमेय का सत्यापन करो जहाँ  $c$ ,  $y = x$  व  $y = x^2$  द्वारा परिभाषित क्षेत्र की परिसीमा है।

Verify Green's theorem for  $\int_C [(xy + y^2) dx + x^2 dy]$  in a plane where  $c$  is boundary region defined by  $y = x$  and  $y = x^2$ .

3. निम्न शांकव का अनुरेखण करो तथा उसकी नाभियों के निर्देशांक ज्ञात करो—

$$8x^2 - 4xy + 5y^2 - 16x - 14y + 17 = 0.$$

R  
624

P. T. O.



(8)

Trace the following conic and find the co-ordinates of its foci :

$$8x^2 - 4xy + 5y^2 - 16x - 14y + 17 = 0.$$

अथवा

Or

सिद्ध करो कि दो संनाभि शांकव समकोण पर प्रतिच्छेद करते हैं।

Prove that two confocal conics cuts at right angle.

4. रेखाओं  $3x + 2y + z = 0$  और  $x + y - 2z = 0$  के बीच का कोण ज्ञात करो।

Find the angle in between the straight lines

$$3x + 2y + z = 0 = x + y - 2z$$

and

$$2x - y - z = 0 = 7x + 10y - 8z.$$

अथवा

Or

उस लम्बवृत्तीय वेलन का समीकरण ज्ञात करो जिसका निर्देशक वृत्त  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ ;  $x - y + z = 3$  है।

R  
624

6

(9)

Find the equation of right circular cylinder whose guiding circle is  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ ;  $x - y + z = 3$ .

5. शांकव  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$  के नियामक गोले का समीकरण ज्ञात करो।

Find the equation of Director sphere of conicoid  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ .

अथवा

Or

समीकरण  $2y^2 - 2yz + 2zx - 2xy - x - 2y + 3z - 2 = 0$  को प्रामाणिक रूप में समानयन करो।

Reduce the equation in standard form

$$2y^2 - 2yz + 2zx - 2xy - x - 2y + 3z - 2 = 0.$$

xxxxxx bxxxxxx

R  
6249  
350