

Roll No. ....

**R**  
**622**

Annual Examination, 2016

**B. Sc. I**

**MATHEMATICS**

**Paper I**

[ Algebra and Trigonometry ]

TIME — 3 Hours )

( M. M. — 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

**NOTE :** All questions are compulsory.

**खण्ड 'अ'**

(5 × 2 = 10)

**Section 'A'**

1. यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  तो दर्शाइये कि  $AA'$  सममिति आव्यूह है।

If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ , then prove that  $AA'$  is a symmetric matrix.

P. T. O.

(2)

2. समीकरणों के निकाय की संगतता तथा असंगतता को परिभाषित कीजिए।

Define consistency and inconsistency of a system of equations.

3. समूह  $(G, 0)$  को परिभाषित कीजिए, जहाँ '0' द्विचर संक्रिया है।

Define group  $(G, 0)$ , where '0' is a binary operation.

4. यदि  $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$ , तब

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \dots\dots\dots$$

If  $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$ , then

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \dots\dots\dots$$

5.  $\text{Log}(A + iB) = \dots\dots\dots$

खण्ड 'ब'

(5 × 3 = 15)

Section 'B'

1. प्रत्येक वर्ग आव्यूह को  $P + iQ$  के रूप में व्यक्त किया जा सकता है जहाँ P तथा Q हर्मिटिय हैं।

R  
622

(3)

Prove that every square matrix can be expressed as  $P + iQ$ , where P and Q are Hermitian.

अथवा  
Or

प्रारम्भिक रूपान्तरण की सहायता से आव्यूह A का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए जहाँ—

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

With the help of elementary transformation, find the inverse of matrix A, where :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

2. यदि  $R_1 = [3, 1, -4]$ ;  $R_2 = [2, 2, -3]$ ;  $R_3 = [0, -4, 1]$  तो दर्शाइये कि पंक्ति आव्यूह  $R_1$ ,  $R_2$  तथा  $R_3$  रैखिकतः परतन्त्र हैं।

If  $R_1 = [3, 1, -4]$ ;  $R_2 = [2, 2, -3]$ ;  $R_3 = [0, -4, 1]$  show that the row matrices  $R_1$ ,  $R_2$  and  $R_3$  are linearly dependent.

R  
622

P. T. O.

(4)

अथवा  
Or

आव्यूह A का आइगेन मान ज्ञात कीजिए—

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Find eigen value of the matrix A where :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

3. समीकरण  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$  के मूलों और गुणांकों के बीच सम्बन्ध ज्ञात कीजिए।

Find the relation between roots and coefficient of the equation  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ .

अथवा  
Or

समीकरण निर्मित कीजिए जिसके मूल  $-3, -1, 5/3$  हैं।

Find the equation whose roots are  $-3, -1, 5/3$ .

(5)

4. यदि एक समूह G में अवयव  $a$  और  $b$  क्रम विनिमेय हैं तो सिद्ध कीजिए कि  $a^{-1}$  तथा  $b^{-1}$  भी क्रम विनिमेय होंगे।

If  $a$  and  $b$  commutative in group G, then prove that  $a^{-1}$  and  $b^{-1}$  also commutative.

अथवा  
Or

सिद्ध कीजिए कि एक समूह के दो उपसमूहों का सर्वनिष्ठ भी एक उपसमूह होता है।

Prove that the intersection of two subgroup of a group G is subgroup of G.

5. यदि  $n$  एक पूर्णांक है तब सिद्ध कीजिए कि—

$$(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{\frac{n}{2}+1} \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right).$$

If  $n$  is any integer, prove that :

$$(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{\frac{n}{2}+1} \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right).$$

(6)

अथवा  
Orयदि  $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$  तो सिद्ध कीजिए—

$$x^n + \frac{1}{x^n} = 2 \cos n\theta.$$

If  $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$ , then prove that :

$$x^n + \frac{1}{x^n} = 2 \cos n\theta.$$

खण्ड 'स'

(5 × 5 = 25)

Section 'C'

1. निम्नलिखित आव्यूह की जाति ज्ञात कीजिए—

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Find the rank of matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

R  
622

(7)

अथवा  
Or

दर्शाइये कि आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$  अपने अभिलाक्षणिक समीकरण को संतुष्ट करता है।

Show that the matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$  satisfies its own characteristic equation.

2. आव्यूह विधि से हल कीजिए—

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1.$$

Solve the equation with matrix method :

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1.$$

R  
622

P. T. O.

(8)

अथवा  
Or

यदि समीकरण  $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$  के मूल समान्तर श्रेणी में हों तो सिद्ध कीजिए कि—

$$2p^3 - 3pq + r = 0.$$

If the roots of the equation  $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$  are in A. P., then prove that :

$$2p^3 - 3pq + r = 0.$$

3. त्रिघात समीकरण को कार्डन विधि से हल कीजिए—

$$x^3 - 18x - 35 = 0.$$

Solve the cubic equation by Cardon's method :

$$x^3 - 18x - 35 = 0.$$

अथवा  
Or

द्विघात विधि से समीकरण  $x^4 - 3x^2 - 42x - 40 = 0$  को हल कीजिए।

Solve the equation  $x^4 - 3x^2 - 42x - 40 = 0$  by Descarte's method.

(9)

4. सिद्ध कीजिए कि दो उपवलयों का सर्वनिष्ठ भी उपवलय होता है।

Prove that the intersection of two subrings is a subring.

अथवा  
Or

सिद्ध कीजिए कि सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय क्रमित पूर्णाकीय प्रान्त नहीं है।

Prove that the set of complex number is not an ordered integral domain.

5. द-मायवर प्रमेय लिखिए तथा सिद्ध कीजिए।

State and prove De-Moivre's theorem.

अथवा  
Or

श्रेणी का योग ज्ञात कीजिए—

$$\cos \alpha + \cos (\alpha + \beta) + \cos (\alpha + 2\beta) + \dots \dots n \text{ पदों तक।}$$

( 10 )

Find the sum of the series :

$\cos \alpha + \cos (\alpha + \beta) + \cos (\alpha + 2\beta) + \dots$ , to  $n$  terms.

xxxxxx bxxxxxx